1-2.5 v のちゃんとした定義　補足

2011 年 9 月 13 日

1　記号 $\bar{v}(t,\Delta t)$ についての補足

初学者にとっては見慣れない記号で戸惑っただろうし，僕の説明不足もあって誤解を招いたこともあったかもしれないから，ここで補足をしておこう．

まず，授業内でも述べたが，$\bar{v}(t,\Delta t)$ の括弧の意味は，「$\bar{v}$ っていうのは t と Δt という 2 つの数（変数）によって決まるんですよ」という意味である．より数学らしい言い方をすれば，「$\bar{v}$ は t と Δt の**関数**である」ということだ．

括弧の意味を再確認したところで，$\bar{v}(t,\Delta t)$ の意味をきっちり理解することにしよう．まず，$\bar{v}(t,\Delta t)$ の定義式は，

$$\bar{v}(t,\Delta t)=\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} \tag{1}$$

というものだった．この式の右辺の分母に着目すると，これは時刻が t から $t+\Delta t$ に変化したとき，つまり Δt の時間が経過したときの位置を変化を表しているのが分かるだろうか？（記号の意味を思い出しながら冷静に考えてみれば分かるはずだ）

つまり，分母の $x(t+\Delta t)-x(t)$ というのは，「速さと速度」の授業で散々使っていた Δx のことなのである．ではなぜそう書かなかったのかと言うと，Δx と書いただけではどの時刻における位置の変化なのか分からないからである．

とにかく，これで $\bar{v}(t,\Delta t)$ が「平均の速さ」であるということが納得できただろう（Δx を Δt で割っているのだから）．ただし，大事なのはそれが**どの時間で測った**「平均の速さ」なのかということだ．これは動画の 2:00 あたりの説明と図を参照してもらえれば分かる通り，時刻 t（速さが知りたい時刻）と，そこから Δt 後の時刻（$t+\Delta t$）という 2 点で測った「平均の速さ」である．

$\bar{v}(t,\Delta t)$ という記号につられて，「時刻 t と $\boldsymbol{\Delta t}$ で測った速さ」だと勘違いしないように．

2　なぜ片側だけでいいのか？

既に説明した通り，今回 $\bar{v}(t,\Delta t)$ という「平均の速さ」は，速さが知りたい時刻 t の片側だけの「区間」で計算されている．しかし，「速さと速度」の授業では，時刻 t を挟むように区間をとって説明していたと思う．この違いで混乱した人がいたかもしれない．

しかし結論を言うと，これは**どっちでもいい**のである．なぜなら，Δt をどんどん小さくしたとき，どちらで考えた平均の速さも**時刻 t における**接線の傾きにいくらでも近づいていくからだ．

これは厳密に言おうとするとまたややこしいことになるので，自分で図に色んな線を書き込むなりして納得

してほしい．

　なお，普通は今回の授業のように片側だけで Δt を考えることが多いから，こっちのやり方に慣れておいた方がいいかもしれない．